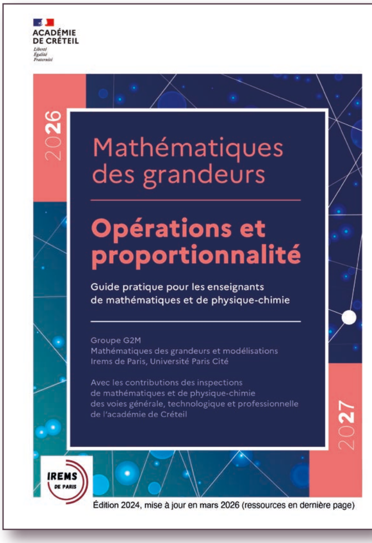
Unité retrouvée et mathématiques des grandeurs

Enjeux et histoire du livret

par **Pascal SAUVAGE**
Rectorat de l'académie de Créteil
pascal.sauvage@ac-creteil.fr



Le livret « Mathématiques des grandeurs : opérations et proportionnalité » propose une réponse aux difficultés persistantes des élèves en mathématiques, bien sûr, mais aussi au statut des mathématiques elles-mêmes, qu'il s'agit d'interroger, au sein des différentes disciplines. En effet, entre « outils » et « astuces », le formalisme algébrique est trop souvent considéré comme une entrée première et incontournable, ce qui, chez de nombreux élèves, dessert la compréhension des situations étudiées. Face à ce constat, le livret propose une alternative : « on a le droit d'écrire les unités dans les calculs ». Cette affirmation, loin d'être une nouvelle mode, s'appuie sur une réflexion didactique profonde. Un simple survol du document permet de prendre la mesure de ce qui se joue pour aider les élèves : les grandeurs y sont envisagées comme un cadre particulièrement fécond pour aborder les mathématiques, et leur potentiel est déployé à travers la diversité des registres mobilisés – langage verbal, schémas, symboles, graphiques, figures géométriques – comme autant d'entrées pour permettre aux élèves de retrouver du sens. Par ses contenus didactiques, son format original et ses messages engagés, le livret est un document de plus en plus populaire et partagé au sein de la communauté des enseignants de physique-chimie. Il s'adresse en premier lieu aux enseignants de collège, bien que les notions abordées relèvent pour la plupart du premier degré, et que le document soit encore souvent utile au lycée, y compris dans d'autres disciplines que la physique-chimie.

INTRODUCTION

Le livret *Mathématiques des grandeurs : opérations et proportionnalité* qui suit cet article et qui est téléchargeable sur le site de l'UdPPC est issu des travaux du groupe Mathématiques des grandeurs et modélisations (G2M), de l'Institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques et des sciences (IREMS(1)) de Paris. La troisième édition du livret a été publiée en janvier 2024 par l'académie de Créteil. Aujourd'hui diffusée à raison de plusieurs centaines d'exemplaires papiers chaque année par les inspections disciplinaires de l'académie, sa première édition en 2018 était imprimée et agrafée à la main, à quelques dizaines d'exemplaires, dans les locaux de l'IREMS. Cet article présente les intentions du livret, retrace brièvement son histoire et propose des perspectives de réflexions, pour que ce qui est souvent considéré comme «l'outil mathématique» en physique-chimie, puisse être envisagé comme *un objet partagé entre les disciplines.*

1. LE LIVRET : UN DOCUMENT POUR AIDER LES ÉLÈVES, EN FAISANT «UNITÉ»

Le livret est conçu pour proposer aux enseignants des éléments didactiques étayés et fonctionnels pour aider leurs élèves en mathématiques. Plusieurs partis pris importants ont guidé sa rédaction. Ainsi, **le langage verbal**(2) y occupe une place centrale, articulée avec **une grande diversité de registres** [1], tels que les schémas, les symboles, les graphiques et les figures géométriques. **Des grandeurs du quotidien** telles que les longueurs, les aires, les volumes(3), les masses ou les durées sont mobilisées afin de s'appuyer sur l'intuition des élèves, ainsi que sur leurs expériences de la vie quotidienne. Ces grandeurs sont représentées à l'aide du **schéma en barre** [2], qui permet de mobiliser l'intuition qu'ont les élèves de la grandeur longueur pour élaborer des concepts tels que les significations de la division et les conversions (cf. pages 7 et 8 du livret), ou encore les raisonnements par proportionnalité ([3], diapositives 16-28).

En plus des éléments ci-dessus, le livret porte deux choix didactiques forts : **la conservation des unités dans les calculs et l'utilisation de la propriété multiplicative de la linéarité pour traiter les situations de proportionnalité**.

Au premier abord, **la conservation des unités dans les calculs** semble augmenter

(1) L'IREMS de Paris ne porte ce nom que depuis 2023 (nouveau statut au sein de la nouvelle Université Paris Cité). Il s'appelait auparavant IREM de Paris, sans mention des «sciences», même si des groupes de travail avaient déjà pour sujet des thématiques liées à l'enseignement d'autres disciplines scientifiques que les mathématiques.

(2) Le langage verbal désigne ici la langue orale et écrite pratiquée par une personne. Cela correspond au langage dit «naturel» dans le livret.

(3) Les termes *longueur, aire, volume* sont polysémiques. Pour *volume* par exemple, le mot peut évoquer un objet envisagé comme un ensemble de points occupant une partie de l'espace. Il peut aussi désigner la grandeur volume, mesurable dans plusieurs unités (litres, mètres cubes). En mathématiques, on utilise parfois le mot *contenance* pour évoquer la grandeur volume. L'explicitation de cette distinction entre un objet et les grandeurs associées est aidante et structurante pour les élèves.

la charge visuelle et mentale des élèves, mais les bénéfices sont nombreux. Les unités peuvent permettre de **rappeler la grandeur en question comme un ancrage dans le concret**. Pour les calculs de valeurs, cela peut aider à **vérifier l'homogénéité**(4) et constitue une procédure de contrôle précieuse au fil du calcul. **Les conversions peuvent aussi en être facilitées**, notamment lorsque le langage verbal, les schémas en barre et l'usage des symboles sont combinés.

Exemple : $5\,\text{cm} = 5 \times \mathbf{1}\,\text{cm} = 5$ **fois un** centimètre $= 5 \times \dfrac{1\,\text{m}}{100} = 0,05\,\text{m}$.

Enfin, les unités permettent de distinguer et d'expliciter différentes significations de l'écriture fractionnaire(5) :

- ♦ la division partage (*ex.* : $\dfrac{6\,\text{m}}{2} = 3\,\text{m}$) ;
- ♦ la division comparaison(6) (*ex.* : $\dfrac{6\,\text{m}}{2\,\text{m}} = 3$) ;
- ♦ la proportionnalité (*ex.* : $\dfrac{6\,\text{m}}{2\,\text{s}} = 3\,\text{m/s}$).

La propriété multiplicative de la linéarité, quant à elle, **est très intuitive lorsqu'elle est mobilisée *via* le langage verbal** – « dans une situation de proportionnalité, si une grandeur est multipliée par deux, l'autre grandeur est aussi multipliée par deux. » – au point qu'elle en soit négligée en tant qu'objet d'apprentissage à expliciter auprès des élèves, justement du fait de son caractère « évident », alors qu'elle permet de résoudre la très grande majorité des problèmes de proportionnalité. De manière plus élémentaire, mais non moins importante, la propriété multiplicative permet de distinguer et d'identifier des situations de proportionnalité et de non-proportionnalité : « deux grandeurs sont proportionnelles si, lorsque l'une est multipliée par un nombre, l'autre est multipliée par le même nombre. ». Elle permet enfin d'investir les autres registres – schémas en barre, symboles, graphiques et figures géométriques – comme autant de leviers pour les élèves, tout en les aidant à accéder à l'abstraction *via* ces changements de registres. Dans le cas de l'écriture fractionnaire utilisée pour rendre

(4) Une égalité est *homogène* si le terme de gauche est de même nature (grandeur ou nombre) que le terme de droite. Exemples : 6 m / 2 = 3 m est homogène (présence de longueurs des deux côtés du signe « = ») ; 6 / 2 = 3 aussi ; mais 6 / 2 = 3 m, n'est pas homogène car les deux termes de l'égalité ne sont pas de même nature (un nombre et une longueur). L'homogénéité concerne aussi la nature scalaire ou vectorielle. L'homogénéité est une condition *nécessaire mais non suffisante de la validité d'une égalité*.

(5) L'écriture fractionnaire est un choix de représentation consistant à écrire un nombre et/ou une grandeur l'un au-dessus de l'autre avec entre les deux un *trait de fraction*. L'écriture fractionnaire est très puissante si les règles algébriques d'usage sont respectées. Elle est aussi hautement polysémique.

(6) En mathématiques, on parle de division quotition ou groupement, avec des ensembles dénombrables.

compte d'une relation de proportionnalité, il est essentiel de montrer que la traduction en langage verbal est possible en remplaçant le trait de fraction par le mot « pour » [4].

Au-delà du bien-fondé des arguments mentionnés ci-dessus, peut-on pour autant affirmer la validité de ces choix didactiques pour aider les élèves ? À l'occasion de la rédaction de cet article, une seule étude (de janvier 2026) [5] traitant de ce sujet, a été identifiée. Les auteurs y interrogent l'utilité de former les élèves à travailler avec les unités pour traiter des situations de proportionnalité. Dans l'expérimentation mise en place, ils mettent en évidence un effet positif notable sur les élèves. Ces résultats méritent d'être confirmés et généralisés par d'autres expérimentations, mais du côté des praticiens, le recul d'une décennie de formations du groupe G2M et des inspections de Créteil auprès de plusieurs centaines d'enseignants, du premier degré jusqu'au supérieur, dans des disciplines variées, et aussi dans la voie professionnelle, permet au moins de constater que :

- ♦ les collègues enseignants, dans leur très grande majorité, voient les pistes proposées par le livret *Mathématiques des grandeurs : opérations et proportionnalité* comme originales ;
- ♦ les enseignants y accordent un grand intérêt *a priori* ;
- ♦ *a posteriori*, les retours de mises en œuvre en classe ont toujours été très majoritairement positifs.

Il est à relever que le simple fait de s'interroger aujourd'hui, en 2026, sur l'utilité d'écrire les unités dans les calculs est en soi un progrès notable, car il y a encore quelques années, il était fréquemment admis, au sein de la communauté de la physique-chimie – mais aussi dans d'autres disciplines – que cette pratique était inutile, voire *interdite*(7). Bien que cette réalité ne soit pas documentée scientifiquement, elle a été constatée durant plusieurs années par le groupe G2M lors des stages de formation assurés dans les académies franciliennes, ainsi que par les inspections de physique-chimie lors des visites en classe, encore aujourd'hui. Que de chemins parcourus en une décennie.

2. UNE BRÈVE HISTOIRE INSTITUTIONNELLE DU LIVRET, À LA CROISÉE DES CULTURES PROFESSIONNELLES ET DISCIPLINAIRES

L'histoire du livret, de sa genèse à la publication de la troisième et dernière édition, s'étale sur plus de dix ans et recoupe en partie les grandes étapes de mon parcours

(7) Cette culture de l'interdit des unités dans les calculs est probablement un héritage de la réforme des mathématiques modernes des années 70 [6]. Précisons que l'écriture des unités dans les calculs était cependant déjà recommandée dans les années 2010 dans les documents d'accompagnement des programmes mathématiques du collège, sans beaucoup d'effet cependant, si on en juge la présentation des manuels de mathématiques et de physique-chimie.

professionnel après ma thèse de physique, du master de didactique de l'Université Paris Cité, à l'Inspection de physique-chimie cristolienne, en passant par les groupes IREM et la formation en académie. Les éléments ci-dessous sont l'occasion de prendre la mesure des enjeux institutionnels, culturels (au sens des cultures disciplinaires et professionnelles) et humains qui sous-tendent la réalisation du livret.

Les réflexions du groupe G2M trouvent leur origine dans un autre groupe IREM, en 2012 : le Groupe de réflexion pour l'enseignement de la physique et de la chimie (GREPhyC), qui avait engagé une analyse de la place des mathématiques dans les programmes de physique-chimie de la réforme du lycée de 2010 [7]. Ce travail sur les liens avec les mathématiques prend de l'ampleur et donne finalement naissance en 2014 à un nouveau groupe, Mathématique – physique-chimie (MPC), dédié à cette thématique, qui deviendra par la suite G2M. La première session de formation conçue et animée par le groupe a lieu en 2015 pour les académies de Créteil et Versailles et une brochure rassemblant de nombreuses analyses sur ce tout premier stage est rédigée [8].

À partir de 2016 commence la collaboration entre le groupe G2M et l'Inspection de physique-chimie de l'académie de Créteil avec la réalisation de diaporamas [9]. En automne 2016, Claude Murcuillat, inspecteur de physique-chimie cristolien, sollicite le groupe MPC, pour «faire commande» d'un livret de quelques pages, qui résumerait les travaux du groupe et qui pourrait être donné aux enseignants de physique-chimie, directement de main à main. La première édition [10] sera prête un an plus tard, mise en ligne sur le site de l'académie de Créteil, puis sur le site national Éduscol en janvier 2018.

Cette même année, le groupe MPC devient G2M : son activité se structure et de nouvelles thématiques sont engagées. L'idée d'une seconde édition du livret émerge en 2019. Un travail conséquent au sein du groupe et une collaboration étroite avec l'Inspection de physique-chimie cristolienne en 2020 aboutissent à la publication de la deuxième édition du livret [11] en janvier 2021. En mars, l'Inspection générale de l'éducation, du sport et de la recherche (IGÉSR) communique le document à l'ensemble des Inspections de physique-chimie de toutes les académies.

De 2022 à 2023, sous l'impulsion de Charles Torossian ([12], à 2 min 10 s), inspecteur général et alors directeur de l'Institut des hautes études de l'éducation et de la formation (IH2EF), les Inspections cristoliennes de mathématiques, de physique-chimie et de mathématiques – physique-chimie de la voie professionnelle, engagent un travail collaboratif pour expertiser le livret dans la perspective d'une troisième édition, en coordination avec le groupe G2M. Celle-ci est publiée en janvier 2024, dans sa version actuelle, au bulletin académique du 11 janvier 2024 [13] et intégrée au projet *Vers une nouvelle équation académique* [14]. Plus de huit mille enseignants de l'académie sont destinataires du lien *via* les listes de diffusion et une cinquantaine d'exemplaires papiers signés de la rectrice Julie Benetti sont envoyés auprès de plusieurs instances académiques, nationales et universitaires, et notamment auprès de la Direction générale de l'enseignement scolaire (DGÉSCO).

Le livret attire l'attention du Conseil scientifique de l'éducation nationale (CSEN), ce qui conduit à sa mise en ligne comme ressource pertinente dans la Problémathèque, ainsi qu'à deux présentations du document : l'une le 13 juin 2024, en visioconférence auprès du groupe de travail « pédagogie et manuels scolaires », et l'autre, le 19 novembre 2024 en plénière auprès de l'ensemble des membres du CSEN [15-16].

Ce parcours montre aussi que ce livret porte en lui une aventure humaine. Il n'existerait pas sans l'investissement sur plusieurs années de nombreuses personnes émanant de diverses institutions, ni sans l'appui de ces institutions. Que toutes et tous en soient ici remerciés.

3. LE LIVRET : UN JALON ET DES PERSPECTIVES DE TRAVAIL

La troisième édition du livret est la dernière : ses forces et ses limites vont nourrir les actrices et acteurs de l'enseignement[8]. Les travaux de G2M, les formations dans l'académie de Créteil, les présentations assurées, et les rencontres personnelles et professionnelles, permettent de dégager plusieurs perspectives qui méritent une attention particulière concernant la formation des élèves, et aussi celle des enseignants.

3.1. Les conversions : au cœur du dialogue nombre et grandeurs

Les élèves rencontrent souvent des difficultés concernant le sens et l'usage des nombres décimaux (et donc des fractions décimales). Bien qu'au cœur du quotidien de la physique-chimie du secondaire, ces difficultés peuvent être en partie invisibilisées en classe par l'usage quasi systématique de la calculatrice[9] et des puissances de dix. Sur le plan didactique et conceptuel, conversions, système métrique et écriture de position dans le système décimal sont pourtant intimement liés [17]. Par ailleurs, une mise en correspondance vertueuse entre ces objets est possible :

Exemple :

$$5\,\text{cm} = 5\,\boxed{\times}\,\boxed{1\,\text{c}}\,\text{m} = 5\,\boxed{\text{fois}}\,\boxed{\text{un centième de}}\,\text{mètre} = 5\,\boxed{\times}\,\boxed{\frac{1}{100}}\,\text{m} = 5\,\boxed{\times}\,\boxed{0{,}01}\,\text{m}.$$

Notons que les grandeurs constituent aussi un levier très important pour aborder les

(8) Notons que le livret est tout à fait en phase avec les nouveaux programmes de mathématiques du cycles 3 (CM1, CM2 et 6^{e}) et du cycle 4 (5^{e}, 4^{e}, 3^{e}) parus en 2025.

(9) Cette année 2026 connaît une petite révolution cognitive et pédagogique : la calculatrice est interdite aux nouvelles épreuves anticipées de mathématiques en classe de première, ainsi que dans la partie automatisme de l'épreuve de mathématiques du Diplôme national du brevet.

fractions [18]. Plus généralement, **la manipulation en mathématiques mérite toute notre attention**, *via* notamment les réglettes colorées ou encore les «bandelettes normées» ([15], diapositives 55 à 108 ; [19], à 9 min 2 s).

3.2. L'écriture fractionnaire : lever les implicites

Aujourd'hui, en école élémentaire, l'écriture fractionnaire est utilisée exclusivement pour les fractions pour rendre compte de proportions, tandis que l'obélus « ÷ » sert pour la division, qu'elle soit partage ($6\,\text{cm} \div 2 = 3\,\text{cm}$) ou comparaison ($6\,\text{cm} \div 2\,\text{cm} = 3$). **En sixième s'opère une rupture importante : l'écriture fractionnaire devient omniprésente en dehors du cours de mathématiques, avec toute la polysémie associée (divisions, proportionnalité et fractions)**. Il semble important de prendre en charge cette rupture. Le fait de conserver les unités dans les calculs et d'expliciter les significations associées peut aider les élèves à circuler entre les notations. On peut aussi montrer l'avantage du trait de fraction sur l'obélus dans certaines situations, par exemple pour traiter les priorisations de calcul. *Exemple :* pour l'opération $6\,\text{cm} \div (2\,\text{cm} + 1\,\text{cm})$, l'écriture fractionnaire met en avant cette organisation du calcul (et supprime l'usage d'une parenthèse) : $\dfrac{6\,\text{cm}}{2\,\text{cm} + 1\,\text{cm}}$. Notons enfin que la «*simplification en haut et en bas du trait de fraction* ***par un même nombre***» peut aussi être considérée comme l'expression de la propriété multiplicative de la linéarité. De ce point de vue, numérateur et dénominateur sont alors envisagés comme des variables proportionnelles.

Exemple :

dans $\dfrac{6}{8} = \dfrac{3 \times 2}{4 \times 2} = \dfrac{3}{4}$ ou $\dfrac{6\,\text{m}}{8\,\text{s}} = \dfrac{3\,\text{m} \times 2}{4\,\text{s} \times 2} = \dfrac{3\,\text{m}}{4\,\text{s}}$, on a «simplifié par 2».

Ces rapports égaux $\dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$ ou $\dfrac{6\,\text{m}}{8\,\text{s}} = \dfrac{3\,\text{m}}{4\,\text{s}}$ caractérisent des relations de proportionnalité entre numérateur et dénominateur.

3.3. Proportionnalité : de la «méthode du même facteur» à l'algèbre

La propriété multiplicative de la linéarité investie *via* le langage verbal est une approche à la fois rigoureuse et porteuse de sens pour traiter les situations de proportionnalité. Elle se trouve pourtant déconsidérée du fait de sa terminologie phonétiquement difficile, de l'omniprésence du «produit en croix», et de l'enjeu de formation à «entrer dans l'algèbre» au collège. Au final, en classe, la notion n'est ni nommée, ni exploitée, laissant de nombreux élèves en difficulté. L'Inspection de physique-chimie de Créteil a proposé l'appellation «***méthode du même facteur***» ([19] à 5 min 12 s) : en effet, «*pour deux grandeurs proportionnelles, si une grandeur est multipliée par un nombre, l'autre grandeur est multipliée par* ***le même facteur***». De plus, la propriété multiplicative de la linéarité investie *via* le langage verbal – ou méthode du même facteur – peut tout à fait servir de base pour une entrée progressive dans l'algébrisation de la relation entre grandeurs [20] qui est un des enjeux du collège, tant en physique-chimie qu'en mathématiques.

Au-delà des calculs de valeurs et des relations de proportionnalité, notons que tout enseignant de physique-chimie cherche à «**faire parler la formule**» ([3], diapositives 39 à 53) avec ses élèves. Hélas, ce savoir-faire essentiel ne porte pas de nom, que ce soit en sciences ou dans le monde de l'éducation. On propose, de manière exploratoire, de le nommer «***mener l'analyse par variations*** d'une relation algébrique entre grandeurs». Cela consiste à fixer toutes les grandeurs sauf deux et à étudier l'influence de l'augmentation ou de la diminution d'une grandeur sur l'autre grandeur (là aussi en termes d'augmentation ou de diminution). Exemple : dans la relation entre distance, durée et vitesse : $d = v \times t$, dans deux situations où la vitesse est la même, si la durée t du parcours est plus grande, alors la distance d parcourue l'est aussi. Cette approche peut aussi être abordée de manière *quantitative.* Exemple : «*D'après la relation*, si la durée t est multiplié par deux, la distance d l'est aussi» : il y a bien proportionnalité.

3.4. Valeur et valeur numérique : des termes pour penser et communiquer

Un demi-siècle de non-écriture des unités dans les calculs a conduit à un appauvrissement du vocabulaire associé **au calcul de valeurs**(10). Ainsi, dans $L = 6\,\mathrm{cm}$, on constate en classe que le nombre placé devant l'unité (ici le «6») n'a pas de nom, et que lorsqu'il est nommé, on l'appelle souvent «valeur», ce qui interroge (L ne vaut pas 6). Disposer d'un vocabulaire clair et structurant est essentiel pour aider les élèves à mener un calcul de valeur. Le Vocabulaire international de métrologie (VIM), publié par le Bureau international des poids et mesures (BIPM), propose de **distinguer la valeur d'une grandeur de sa valeur numérique dans une unité donnée**. Cette distinction, de nature métrologique, peut aussi se révéler utile didactiquement. Dans l'exemple précédent, «6 cm» est bien la *valeur* de L ; et «6» est la *valeur numérique de* L en centimètres(11).

Allons encore plus loin en envisageant **un symbole pour la valeur numérique**. Le groupe G2M a proposé en 2022, lors d'une présentation de ses travaux au groupe physique-chimie de l'Inspection générale, une notation originale ([3], diapositives 71 à 78) : il s'agit de noter la valeur numérique de L en centimètres par $L_{/1\,\mathrm{cm}} = 6$, ce qui permet de faire référence explicitement à la définition formelle de la valeur numérique, *via* la correspondance entre le slash et le trait de fraction : $L_{/1\,cm} = \dfrac{L}{1\,\mathrm{cm}} = \dfrac{6\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{cm}} = 6$.

(10) On parle habituellement en physique-chimie «de mener une application *numérique*», ce qui interroge, car il s'agit finalement de *calculer* ce que *vaut* une grandeur. D'où l'expression proposée : «mener un calcul de valeurs», qui est plus explicite.

(11) En mathématiques, la valeur numérique est aussi parfois appelée *mesure*. Les occasions de malentendus autour de ce terme polysémique sont nombreuses.

Cette symbolisation est directement mobilisable lorsqu'on écrit en langage de programmation pour le choix du nom d'une variable correspondant à une grandeur (exemple : `L_1cm = 6`). On peut aussi utiliser la notation $L_{/1\,\mathrm{cm}}$ pour nommer les axes d'un graphique en remplaçant les traditionnels « L en cm » ou « L (cm) », ainsi que le « L/cm » préconisé par le BIPM.

3.5. Homogénéité, égalité et non-égalité : des concepts clés

Le terme *homogénéité* n'est connu et utilisé quasiment que dans la culture de la physique-chimie. Accessible et structurant pour les élèves, **le concept d'homogénéité d'une égalité pourrait être particulièrement aidant s'il était porté dans d'autres disciplines, voire, introduit dès le premier degré**. Au niveau lycée, se pose aussi la question de l'homogénéité d'une égalité sur la nature scalaire ou vectorielle d'une grandeur.

Ces considérations conduisent à interroger l'usage courant du signe « = » et sa signification dans le cas de l'attribution d'une valeur à une grandeur. En effet, pour une même longueur L, on peut obtenir par exemple $L = 26,1\,\mathrm{cm}$ avec une règle, et $L = 26,2\,\mathrm{cm}$ avec une autre règle, alors que mathématiquement, $26,1\,\mathrm{cm} \neq 26,2\,\mathrm{cm}$. La transitivité(12) peut être rétablie en utilisant le signe environ « ≈ » : pour $L \approx 26,1\,\mathrm{cm}$, et $L \approx 26,2\,\mathrm{cm}$, on a bien $26,1\,\mathrm{cm} \approx 26,2\,\mathrm{cm}$. Ce signe « ≈ » est spontanément utilisé par les élèves et les enseignants de mathématiques. Il pourrait aussi faire sens en physique-chimie en portant l'idée que « déterminer la valeur » d'une grandeur, relève plus de l'*affectation d'une valeur parmi plusieurs possibles (comme en programmation), que d'une égalité mathématique* ([15], diapositives 83 à 86). Le signe « = », dans son sens mathématique traditionnel, pourrait utilement être réservé aux relations entre grandeurs qui sont *exactes par construction* dans le cadre d'un modèle et/ou d'une théorie.

CONCLUSION

Il devient important et urgent que l'ensemble des acteurs de notre École investissent « la numératie(13) dans toutes les disciplines » en envisageant les nombres et les grandeurs dans un dialogue équilibré et fructueux. Il s'agit en effet de parvenir à (re)construire un *commun didactique*. Dans cette perspective, les enseignants de lettres, langues vivantes, éducation musicale et chant choral, arts plastiques, éducation physique et

(12) Pour $A = B$ et $A = C$, il y a transitivité si $B = C$.

(13) Qu'est-ce que la numératie ? La définition de l'OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques) est la suivante : « capacité à accéder, à utiliser et à raisonner de manière critique avec du contenu, des informations et des idées mathématiques représentés de multiples façons afin de répondre aux exigences mathématiques d'une série de situations de la vie adulte et de les gérer. ». L'idée est parfois résumée par « mathématiques citoyennes ».

sportive, et aussi les professeurs documentalistes, ont toute légitimité à contribuer à la numératie. Ils ont même un rôle sensible à jouer : permettre aux enseignants de mathématiques et des disciplines «mathématisées» – physique-chimie, sciences de la vie et de la Terre, technologie et histoire et géographie – de se décentrer de leurs pratiques habituelles des mathématiques. Par ailleurs, dans le contexte de la discipline mathématiques, l'Institution met aujourd'hui à disposition des énoncés originaux de qualité : tests spécifiques automatismes et résolution de problème des évaluations nationales, ainsi que la partie automatisme des sujets zéro du DNB et de la nouvelle épreuve anticipée du bac, le tout, sans calculatrice [21]. Ces ressources méritent d'être envisagées dans une démarche interdisciplinaire, autour de ce commun didactique en devenir.

Au sein des recherches en didactique et en sciences cognitives, il serait probablement bienvenu d'investiguer l'influence de l'écriture des unités dans les calculs et, plus généralement, du statut des grandeurs pour apprendre les mathématiques.

La recherche scientifique nous montre que le *nombre* est une notion première dans la construction de l'intelligence humaine et animale : ainsi, un bébé ([22], p. 115 à 136), comme une abeille [23], est capable de dénombrement. Mais l'un et l'autre n'ont-ils pas peut-être aussi une forme d'intuition de cette grandeur singulière qu'est la longueur ? Le livret est un objet de liens, entre les mathématiques et les autres disciplines, entre l'école élémentaire et le collège, entre les réflexions menées à l'IREMS de Paris et celles menées dans l'académie de Créteil. Le lien entre nombres et grandeurs manque cependant. Les *objets matériels* pourraient-ils jouer ce rôle essentiel ? En effet, *manipulables* et *discrets*, on les compte avec les nombres dits *naturels*, mais on les *fractionne* en nous appuyant d'abord sur leurs symétries pour les partager. Les grandeurs, qui permettent de caractériser ces objets en les quantifiant à l'aide de nombres dits *réels* sont, par essence, *continues*. Aussi, dans quelle *mesure* n'y a-t-il pas, dans le **dialogue entre nombres et grandeurs**, une clé pour soutenir l'apprentissage des mathématiques chez nos élèves, et *in fine*, construire une culture scientifique partagée, celle qui permet à chaque citoyenne et citoyen de décrypter le monde qui l'entoure ?

Groupe G2M

https://irems.u-paris.fr/g2m/

Mathématiques des grandeurs
Académie de Créteil

https://edurl.fr/HmuNV8jf

REMERCIEMENTS

Merci à l'UdPPC et en particulier Olivier Kempf pour sa sollicitation à rédiger cet article : les idées du livret vont pouvoir entrer dans le *jeu de la science*.

Merci à Christophe Hache, directeur de l'IREMS de Paris, d'avoir provoqué la rencontre en 2014, et pour ses conseils toujours précieux, y compris pour la rédaction de cet article.

Merci à l'académie de Créteil pour son ouverture et son engagement en faveur des réussites de tous les élèves, notamment en mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE ET NETOGRAPHIE

[1] R. Duval, « Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée », *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, IREM de Strasbourg, vol. 5, p. 37-65, 1993. Disponible en ligne :
https://publimath.fr/ist93004
page consultée le 12 mars 2026.

[2] C. Bolsius, « Résoudre des problèmes au cycle 2 ». Disponible en ligne :
https://sites.ac-nancy-metz.fr/ien57metz-nord/IMG/pdf/resoudre_des_problemes_au_cycle_2.pdf
page consultée le 12 mars 2026.

[3] Groupe G2M et Inspection de physique-chimie de Créteil, « Liens entre mathématiques et physique-chimie : entre recherche de l'unité perdue et folie des grandeurs », 2022. Disponible en ligne :
https://edurl.fr/HmuNV8jf
Colonne : *Présentations institutionnelles* – Capsule : *IGÉSR Physique-Chimie (oct. 2022)*
page consultée le 12 mars 2026.

[4] Groupe G2M et Inspection de physique-chimie de Créteil, « La proportionnalité, du langage naturel au langage symbolique de l'algèbre : éléments de traduction », 2024. Disponible en ligne :
https://irems.u-paris.fr/g2m/ – Rubrique : *Productions à l'initiative de membres du groupe G2M*
page consultée le 12 mars 2026.

[5] J. Petersson, M. Antonietta Lepellere and R. Lopez-Conde, "Dimensional analysis: reasoning with units of measurement as a tool for improved problemsolving competency", *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*.
DOI: 10.1080/0020739X.2025.2590521.
Article accessible à l'adresse :
https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2590521
page consultée le 12 mars 2026.

[6] Y. Chevallard et I. Bosch, « Les grandeurs en mathématiques au collège – Partie I : une Atlantide oubliée », *Petit x*, n° 55, p. 5-32, 2000-2001. Disponible en ligne :
https://bibnum.publimath.fr/IPX/IGR01021.pdf
page consultée le 12 mars 2026.

[7] P. Sauvage, « La réforme des programmes du lycée et alors ? », Interactions mathématiques – sciences physiques dans le contexte de la réforme du lycée, Actes de colloque, 2013. Disponible en ligne :
https://bibnum.publimath.fr/IPS/IPS13003.pdf
page consultée le 12 mars 2026.

[8] D. Beylot, B. Galin, S. Marcus et P. Sauvage, « Rencontre Maths-SPC : pour renouer avec le calcul, du primaire au supérieur », 2015. Disponible en ligne :
https://irems.u-paris.fr/g2m/ – Rubrique : *Productions du groupe G2M*
page consultée le 12 mars 2026.

[9] Groupe G2M, Diaporamas : « Regards croisés sur les unités dans les calculs », « Regards croisés sur la proportionnalité » et « Regards croisés sur l'isolement de terme », 2017. Disponible en ligne :
https://irems.u-paris.fr/g2m/ – Rubrique : *Archives du groupe G2M*
page consultée le 12 mars 2026.

[10] Groupe G2M, « Regards croisés maths – physique-chimie : le guide pratique », 2018. Disponible en ligne :
https://irems.u-paris.fr/g2m/ – Rubrique : *Archives du groupe G2M*
page consultée le 12 mars 2026.

[11] Groupe G2M, « Mathématiques des grandeurs : calculs et proportionnalité », 2021. Disponible en ligne :
https://irems.u-paris.fr/g2m/ – Rubrique : *Archives du groupe G2M*
page consultée le 12 mars 2026.

[12] Inspection de physique-chimie de Créteil, « Interview de Charles Torossian, mathématicien et président du Conseil de l'évaluation de l'école (CEE) », Entretien d'ouverture professionnelle et culturelle de la WebTV spéciale mathématiques – physique-chimie de l'académie de Créteil, 2025. Disponible en ligne :
https://edurl.fr/HmuNV8jf
Colonne : *WEBTV Spéciale Mathématiques - Physique-Chimie* –
Capsule : *Interview de Charles Torossian*.
page consultée le 12 mars 2026.

[13] Note d'information du 11/01/2024, *Bulletin académique de l'académie de Créteil*. Disponible en ligne :
https://www.ac-creteil.fr/media/27585/download
page consultée le 12 mars 2026.

[14] Inspection de physique-chimie de Créteil, « Vers une nouvelle équation académique (VUNEA) : l'engagement d'une académie », Éléments d'actualités de la WebTV spéciale mathématiques – physique-chimie de l'académie de Créteil, 2025. Disponible en ligne :
https://edurl.fr/HmuNV8jf
Colonne : *WEBTV Spéciale Mathématiques - Physique-Chimie* –
Capsule : *VUNEA : l'engagement d'une académie*
page consultée le 10 mars 2026.

[15] C. Cornet, C. Vitalis, K. Longa et P. Sauvage, « Livret "Mathématiques des grandeurs : opérations et proportionnalité – Un objet de liens interdisciplinaire et interdegré dans l'académie de Créteil" », 2024. Disponible en ligne :
https://edurl.fr/HmuNV8jf
Colonne : *Présentations institutionnelles* – Capsule : *CSEN Plénière (nov. 2024)*
page consultée le 12 mars 2026.

[16] K. Longa et P. Sauvage, « Livret "Mathématiques des grandeurs : opérations et proportionalité – Entre recherche de l'unité perdue et folie des grandeurs" », 2024. Disponible en ligne :
https://edurl.fr/HmuNV8jf
Colonne : *Présentations institutionnelles* – Capsule : *CSEN Visio GT (juin 2024)*
page consultée le 12 mars 2026.

[17] C. Chambris, « Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs – Le système métrique peut-il être utile ? », *Grand N,* n° 89, p. 39-49, 2012. Disponible en ligne :
https://bibnum.publimath.fr/IGR/IGR12011.pdf
page consultée le 12 mars 2026.

[18] F. Byasson et le groupe G2M, « Rapports rationnels entre longueurs », 2024. Disponible en ligne :
https://irems.u-paris.fr/g2m/ – Rubrique : *Productions du groupe G2M*
page consultée le 12 mars 2026.

[19] Groupe G2M et Inspection de physique-chimie de Créteil, « Conversions, proportionnalité et vitesse – Reportage au collège Miriam Makeba d'Aubervilliers (93) », Focus formatif n° 2 de la WebTV spéciale mathématiques – physique-chimie de l'académie de Créteil, 2025. Disponible en ligne :
https://edurl.fr/HmuNV8jf
Colonne : *WEBTV Spéciale Mathématiques - Physique-Chimie* –
Capsule : *Reportage en classe : conversions, proportionnalité et vitesse*
page consultée le 12 mars 2026.

[20] Groupe G2M et Inspection de physique-chimie de Créteil, « Proportionnalité et graphiques, dans le contexte de l'introduction de la masse volumique du collège au lycée », Focus formatif n° 1 de la WebTV spéciale mathématiques – physique-chimie de l'académie de Créteil, 2025. Disponible en ligne :
https://edurl.fr/HmuNV8jf
Colonne : *WEBTV Spéciale Mathématiques - Physique-Chimie* –
Capsule : *Présentation TNI : proportionnalité, graphiques et masse volumique*
page consultée le 12 mars 2026.

[21] Ces ressources publiques sont centralisées et disponibles en ligne :
https://edurl.fr/HmuNV8jf
Voir les quatre colonnes : *Vers un commun didactique…*
page consultée le 12 mars 2026.

[22] S. Dehaene, *Une idée dans la tête*, Odile Jacob, 2024.

[23] M. Bortot, C. Agrillo, A. Avarguès-Weber, A. Bisazza, M. E. Miletto Petrazzini and M. Giurfa, "Honeybees use absolute rather than relative numerosity in number discrimination", *Biology Letters*, vol. 15, n° 6, 2019. Disponible en ligne :
https://royalsocietypublishing.org/rsbl/article/15/6/20190138/62652/Honeybees-use-absolute-rather-than-relative
page consultée le 12 mars 2026.

Complément de l'article

Cet article comporte un complément nommé :

- *Le_livret_mathematiques_des_grandeurs_MAJ_mars_2026.pdf*

Il est disponible sur le site de l'UdPPC sous la forme d'un fichier zippé 10830275.

Pascal SAUVAGE
Docteur en physique
IA-IPR de physique-chimie de l'académie de Créteil
Rectorat de l'académie de Créteil