

Vidange d'une bouteille en plastique

par Juan MAGNIEZ

Lycée Leconte de Lisle - 97400 Saint-Denis (La Réunion)

physique.magniez@gmail.com

DANS LE CADRE du concours scientifique international Just Science-it, des étudiants du cycle de préparation intégrée Chimie Pékin ont mené à distance un projet expérimental visant à mettre en évidence la loi de Torricelli, issue du théorème de Bernoulli. L'expérience repose sur un dispositif extrêmement simple : une bouteille en plastique remplie d'eau, percée à différentes hauteurs. En mesurant la vitesse d'éjection du jet d'eau pour différentes hauteurs de liquide, les étudiants ont pu vérifier la validité du modèle théorique. Réalisable à domicile avec un matériel courant, cette activité expérimentale est parfaitement adaptée à un TP maison ou à un projet en distanciel. Elle illustre de manière concrète les principes de la mécanique des fluides, tout en développant chez les étudiants une démarche scientifique complète, alliant observation, modélisation, acquisition de données et analyse critique des résultats.

INTRODUCTION

Les programmes de deuxième année de CPGE (Classes préparatoires aux grandes écoles) contiennent une part importante de mécanique des fluides, mais celle-ci ne bénéficie que rarement d'expériences simples à mettre en œuvre avec les étudiants. Pourtant, la physique reste avant tout une science expérimentale : il est donc essentiel de revenir aussi souvent que possible à l'observation, pour confronter nos modélisations à la réalité.

Dans cette optique, de nombreux articles proposent des dispositifs expérimentaux permettant d'illustrer les conséquences du théorème de Bernoulli [1-3]. D'autres visent à en montrer les limites, notamment en caractérisant les régimes d'écoulement ou en étudiant les pertes de charge liées à la viscosité des fluides [1, 4]. Par ailleurs, le théorème lui-même peut être établi rigoureusement à partir d'une approche énergétique, comme le montre l'analyse proposée dans l'article de Luc Dettwiller [5].

Toutefois, les expériences décrites dans ces travaux nécessitent souvent un matériel spécifique difficile à posséder à domicile. Les activités pédagogiques exploitables à la maison, tout en restant rigoureuses sur le plan quantitatif, demeurent rares.

Dans cette perspective, nous avons choisi une application simple et directe du théorème de Bernoulli : la vidange d'une bouteille en plastique [6-7]. Cette expérience illustre parfaitement la formule de Torricelli, qui en découle. Elle consiste à mesurer

la vitesse d'écoulement de l'eau à la sortie d'un orifice percé sur la paroi latérale de la bouteille. Cette vitesse peut être déterminée simplement à partir de la portée du jet, et la trajectoire du jet est enregistrée à l'aide d'une photographie, exploitée ensuite sur ordinateur.

Ce projet offre ainsi une opportunité d'illustrer des notions fondamentales de physique à travers une approche accessible, reproductible et engageante pour les étudiants.

1. DESCRIPTION DU PROJET

1.1. Contexte

La crise sanitaire de 2020 a profondément modifié les pratiques pédagogiques dans l'enseignement supérieur, en particulier dans les disciplines scientifiques où l'expérimentation occupe une place centrale. À l'Institut franco-chinois de Chimie Pékin, en collaboration avec l'École nationale supérieure de chimie de Paris, un dispositif innovant de travaux pratiques à distance a été conçu pour les étudiants de troisième année.

Dans ce cadre, plusieurs projets expérimentaux, inspirés du format TIPE (Travaux d'initiative personnelle encadrés), ont été réalisés à distance dans le contexte du concours scientifique international Just Science-it, organisé par l'Institut avec le soutien de partenaires industriels. Bien que les conditions sanitaires aient été particulièrement contraignantes en Chine en 2022, les étudiants ont mené à bien une série d'expériences conçues pour illustrer, avec rigueur, des lois fondamentales de la physique à l'aide de matériel du quotidien.

Le projet présenté ici s'inscrit dans cette dynamique. Il a été mené sur une durée de plus de cinq mois, avec un accompagnement régulier de l'équipe pédagogique au moyen de visioconférences. Il visait à mettre en évidence la formule de Torricelli à partir de la vidange d'une bouteille en plastique percée à différentes hauteurs. Les mesures expérimentales ont été analysées et restituées dans une vidéo de dix minutes synthétisant la démarche, les résultats et l'interprétation physique. Cette restitution devait à la fois respecter les standards de rigueur scientifique (modèle, données, graphiques) et proposer un format attractif, clair et accessible.

1.2. Intérêt pédagogique

L'expérience menée repose sur une situation concrète et familière : l'écoulement de l'eau par un trou percé dans une bouteille. Ce phénomène, bien que simple d'apparence, permet une mise en application directe du théorème de Bernoulli dans un contexte d'écoulement incompressible, sans frottement, et conduit naturellement à la formule de Torricelli. Celle-ci établit une relation entre la hauteur de fluide au-dessus de l'orifice et la vitesse du jet émis.

Sur le plan pédagogique, cette activité présente plusieurs avantages. Elle permet d'ancrer une loi théorique dans une situation du quotidien, tout en exigeant une modélisation rigoureuse, une acquisition de données fiable et une exploitation quantitative des résultats. L'expérience mobilise ainsi des compétences variées : application du théorème de Bernoulli, analyse de la trajectoire d'un jet, estimation de vitesses à partir de prises de vue, ajustement de courbes, et réflexion sur l'évaluation des incertitudes expérimentales.

De plus, l'analyse des données peut être approfondie par des outils numériques, notamment l'ajustement de modèles théoriques ou la propagation des incertitudes par simulation de type Monte-Carlo, offrant une réelle transversalité avec les compétences informatiques et statistiques.

Ce projet illustre donc parfaitement une approche pédagogique active, expérimentale et accessible, adaptée à un enseignement à distance. Il combine observation expérimentale, rigueur scientifique et autonomie de l'étudiant, tout en valorisant une démarche complète de la physique : de l'intuition empirique à la confrontation au modèle théorique.

2. PROTOCOLE ET MESURES EXPÉRIMENTALES

2.1. Bouteille et matériel

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, cette expérience ne nécessite quasiment aucun instrument de mesure du laboratoire et un matériel facilement trouvable dans un foyer. Nous avons donc besoin d'une bouteille en plastique (comme une bouteille d'eau) percée proprement de trous régulièrement espacés (cf. figure 1). Afin de caractériser cette bouteille et la hauteur des trous, nous réalisons une modélisation simple de sa géométrie (cf. figure 2, page ci-après) et nous mesurons les caractéristiques comme résumées sur le tableau 1 (cf. page ci-après).

En ce qui concerne les incertitudes, la hauteur d'eau H est mesurée à l'aide d'une règle graduée au millimètre (précision annoncée : 1 mm). Toutefois, cette graduation ne constitue pas la principale source d'erreur : l'épaisseur du trait de marqueur, la fluctuation du niveau d'eau pendant l'expérience, ainsi que l'épaisseur



Figure 1 - Bouteille d'eau utilisée pour cette expérience (les trous sont réalisés à l'aide d'une perceuse et d'une mèche de 5 mm).

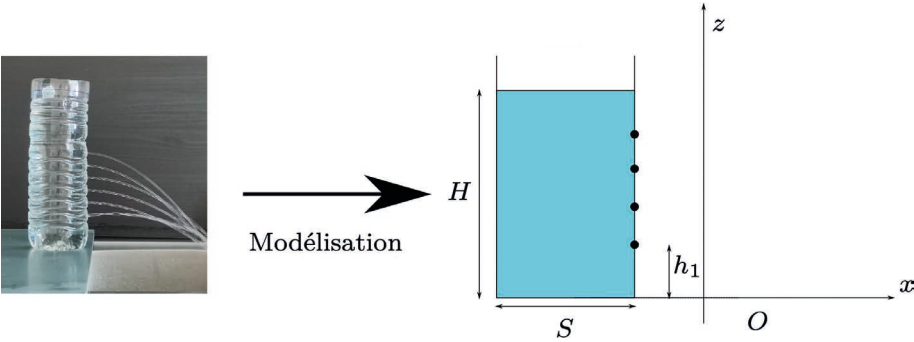


Figure 2 - Bouteille en plastique utilisée et sa modélisation.

Grandeurs	Mesures (cm)	Grandeurs	Mesures (cm)
Hauteur d'eau	$H = 23,2 \pm 0,2$	Hauteur du trou 5	$h_5 = 8,5 \pm 0,2$
Diamètre de la bouteille	$D = 8,5 \pm 0,2$	Hauteur du trou 6	$h_6 = 10,3 \pm 0,2$
Diamètre du trou	$d = 0,50 \pm 0,06$	Hauteur du trou 7	$h_7 = 12,0 \pm 0,2$
Hauteur du trou 1	$h_1 = 2,0 \pm 0,2$	Hauteur du trou 8	$h_8 = 13,9 \pm 0,2$
Hauteur du trou 2	$h_2 = 3,0 \pm 0,2$	Hauteur du trou 9	$h_9 = 16,7 \pm 0,2$
Hauteur du trou 3	$h_3 = 4,8 \pm 0,2$	Hauteur du trou 10	$h_{10} = 19,3 \pm 0,2$
Hauteur du trou 4	$h_4 = 6,6 \pm 0,2$	Hauteur du trou 11	$h_{11} = 21,2 \pm 0,2$

Tableau 1 - Caractéristiques de la bouteille utilisée
(les incertitudes sont des incertitudes-type évaluées avec la méthode B).

de plastique à la base de la bouteille, conduisent à adopter une approche prudente. Nous retenons donc une précision élargie d'environ 3 mm. L'incertitude-type associée, obtenue par la méthode B [8-9], vaut alors :

$$u(H) = \frac{3 \text{ mm}}{\sqrt{3}} \text{ et donc } u(H) \approx 2 \text{ mm}$$

après arrondi au supérieur et réduction à un chiffre significatif.

Le diamètre de la bouteille est mesuré à l'aide d'une simple règle. Cette méthode étant peu précise, on applique le même raisonnement, en supposant une incertitude uniforme sur un intervalle de 3 mm, conduisant à une incertitude-type identique.

Concernant les orifices percés dans la paroi, on peut dans un premier temps se référer au diamètre nominal de la mèche (5,0 mm, mesuré avec un pied à coulisse). Un perçage manuel peut toutefois entraîner un léger élargissement du trou. Nous estimons alors une imprécision d'environ 1 mm sur le diamètre, d'où une incertitude-type :

$$u(d) = \frac{1 \text{ mm}}{\sqrt{3}} \quad ; \quad \text{d'où : } u(d) \approx 0,6 \text{ mm.}$$

Enfin, la hauteur relative de chaque orifice par rapport à la base est affectée par deux contributions indépendantes :

- ♦ l'épaisseur du plastique au fond de la bouteille, estimée à 1 mm ;
- ♦ le rayon du trou (environ 2,5 mm), qui détermine la zone effective où la sortie d'eau se produit.

L'incertitude-type sur la hauteur d'un orifice s'écrit donc :

$$u(h) = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{2,5}{\sqrt{3}}\right)^2} ; \text{ soit : } u(h) \approx 2 \text{ mm.}$$

L'ensemble de ces valeurs reste cohérent avec l'ordre de grandeur des dimensions mises en jeu et permet une exploitation correcte des résultats expérimentaux.

Les différents trous de la bouteille sont bouchés à l'aide de ruban adhésif. On peut ainsi choisir quel trou déboucher pour chaque partie du protocole expérimental. Enfin, le niveau H d'eau choisi est repéré à l'aide d'un trait au marqueur de couleur.

2.2. Appareil de mesure et traitement

Comme rappelé dans l'introduction, le but de cette expérience est de montrer qu'il est possible de réaliser des travaux pratiques (TP) ou des projets expérimentaux à la maison ou en distanciel. Le matériel est donc très simple : il suffit d'un smartphone pour réaliser une photo et par exemple du logiciel gratuit ImageJ d'analyse d'images (cf. figure 3).

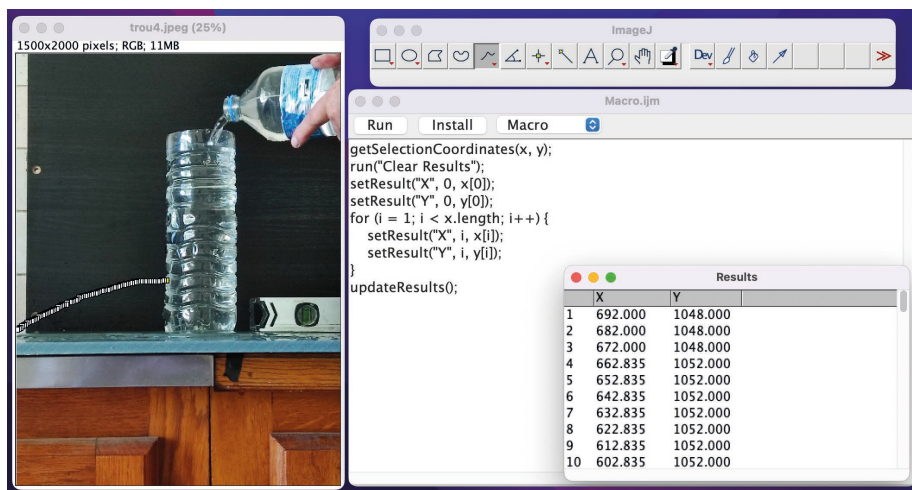


Figure 3 - Exemple de photo prise avec le trou 4 débouché.
(Logiciel *ImageJ* pour le traitement des données expérimentales).

2.3. Description du protocole

On remplit la bouteille d'eau jusqu'au niveau du trait repérant la hauteur H . Puis, on débouche un trou. Afin de maintenir un niveau d'eau H toujours constant, on alimente régulièrement la bouteille. L'eau sort alors par le trou en suivant une trajectoire parabolique. Pour finir, on réalise deux mesures :

- ◆ une photographie de la trajectoire du jet ;
- ◆ la mesure du point d'impact du jet d'eau sur la table d'où l'on déduit la portée ℓ_i .

Pour traiter la photo, on suit le protocole suivant :

- ◆ importer la photo dans *ImageJ*⁽⁴⁾ ;
- ◆ réaliser la mise à l'échelle des mesures, en repérant par un trait la hauteur H sur l'image puis en rentrant la valeur de cette hauteur dans *analyze/set scale* ;
- ◆ tracer à main levée la trajectoire à l'aide de l'outil *freehand line* ;
- ◆ affiner le tracé à l'aide de l'outil *Edit/Selection/Interpolate*⁽⁵⁾ ;
- ◆ entrer dans l'onglet *Plugging/New/Macro* et entrer le code suivant :

```
// Récupère les coordonnées (X,Y) de la sélection active dans ImageJ
// et les stocke dans deux tableaux x[] et y[].
getSelectionCoordinates(x, y);

// Efface la table "Results" avant d'ajouter de nouvelles données.
run("Clear Results");

// Inscrit la première paire de coordonnées dans la table Results.
setResult("X", 0, x[0]);
setResult("Y", 0, y[0]);

// Boucle sur l'ensemble des autres points de la sélection
// pour remplir la table des résultats ligne par ligne.
for (i = 1; i < x.length; i++) {
    setResult("X", i, x[i]); // colonne X : coordonnées horizontales
    setResult("Y", i, y[i]); // colonne Y : coordonnées verticales
}

// Met à jour et affiche la table des résultats dans ImageJ.
updateResults();
```

- ◆ une fenêtre s'ouvre avec les résultats ;
- ◆ sélectionner *Save as* pour sauvegarder ces données dans un tableur au format .txt.

On peut ensuite importer ces données dans un tableur. Sous Python les données importées permettent d'extraire les coordonnées et de tracer la trajectoire (cf. figure 4, page ci-contre).

-
- (4) Attention, parfois des modifications de format sont nécessaires, mais de nombreux sites Internet gratuits permettent une modification de ce format.
- (5) Un point tous les dix pixels est suffisant dans notre cas.

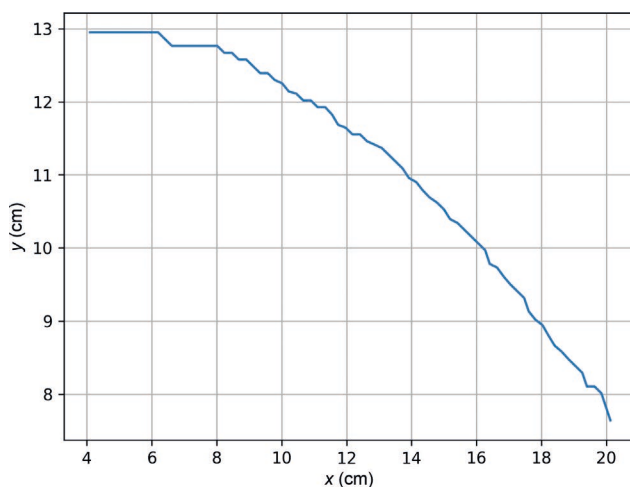


Figure 4 - Exemple de trajectoire tracée à l'aide d'ImageJ et le graphique associé sous Python.

2.4. Résultats expérimentaux

L'ensemble des mesures de portée ℓ_i est consigné dans le tableau 2. Ces mesures de portée sont entachées d'une imprécision liée à la zone d'impact qui s'étale fortement sur la règle ainsi qu'à une instabilité du jet entraînant des variations temporelles de la zone d'impact. Afin de tenir compte de cette variabilité, on estime l'incertitude-type à l'aide d'une demi-étendue de 1,5 cm, ce qui conduit à $u(\ell) = \frac{1,5 \text{ cm}}{\sqrt{3}}$ soit $u(\ell) \approx 0,9 \text{ cm}$.

Numéro du trou i	Hauteur h_i (cm)	Portée ℓ_i (cm)	Numéro du trou i	Hauteur h_i (cm)	Portée ℓ_i (cm)
1	$2,0 \pm 0,2$	$13,0 \pm 0,9$	7	$12,0 \pm 0,2$	$21,0 \pm 0,9$
2	$3,0 \pm 0,2$	$15,0 \pm 0,9$	8	$13,9 \pm 0,2$	$21,0 \pm 0,9$
3	$4,8 \pm 0,2$	$19,0 \pm 0,9$	9	$16,7 \pm 0,2$	$17,5 \pm 0,9$
4	$6,6 \pm 0,2$	$20,0 \pm 0,9$	10	$19,3 \pm 0,2$	$14,5 \pm 0,9$
5	$8,5 \pm 0,2$	$20,5 \pm 0,9$	11	$21,2 \pm 0,2$	$11,0 \pm 0,9$
6	$10,3 \pm 0,2$	$21,0 \pm 0,9$			

Tableau 2 - Mesures des hauteurs des trous h accompagnées des portées ℓ associées.

Les photos sont traitées individuellement et les données de la trajectoire importées sous Python permettent de tracer les différentes trajectoires pour chacun des trous (cf. figure 5, page ci-après).

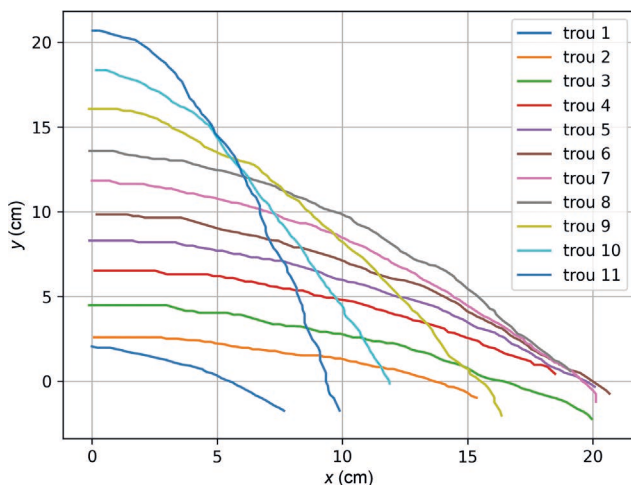


Figure 5 - Trajectoire du jet d'eau pour les différents trous de la bouteille.

3. MODÉLISATION ET ÉTUDE DE LA TRAJECTOIRE

3.1. Formule de Torricelli

Ce problème correspond à une résolution très classique du programme de physique-chimie [10]. Afin de le résoudre, on suppose l'écoulement stationnaire, incompressible et parfait, puis on applique le théorème de Bernoulli le long d'une ligne de courant reliant un point A situé à la surface libre et un point B correspondant au trou i , comme représenté sur la figure 6 (cf. page ci-contre) :

$$P_A + \rho g H + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \rho g h_i + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

avec ρ la masse volumique de l'eau, g l'accélération de pesanteur, P la pression au point considéré et v la vitesse de l'écoulement. Les points A et B étant au contact de l'atmosphère, la pression en ces points est identique et égale à la pression atmosphérique. Cela permet de simplifier l'équation en éliminant les termes de pression.

L'écoulement étant supposé incompressible, le débit volumique se conserve le long d'un tube d'écoulement. Seule l'ouverture en B étant ouverte durant l'expérience, le débit volumique en A est égal au débit volumique en B :

$$\frac{\pi D^2}{4} v_A = \frac{\pi d^2}{4} v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \left(\frac{d}{D} \right)^2.$$

Application numérique : $\frac{v_A}{v_B} = 3,5 \cdot 10^{-3} \ll 1.$

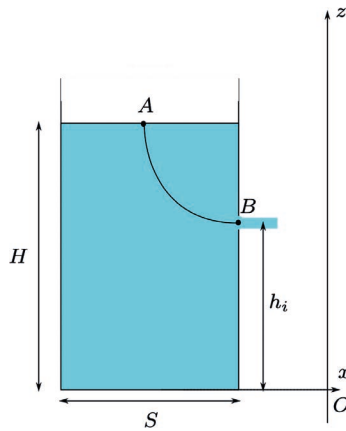


Figure 6 - Schéma de la modélisation représentant une ligne de courant reliant le point A (à surface libre) et le point B (au niveau du trou numéro i).

Le terme v_A étant négligeable face v_B il peut être négligé dans l'équation de Bernoulli. On obtient alors directement l'expression usuelle appelée formule de Torricelli :

$$v_i = \sqrt{2g(H - h_i)}.$$

3.2. Modélisation de la trajectoire en sortie

Afin de modéliser la trajectoire du jet d'eau, on modélise chaque particule de fluide par un système mécanique suivant une chute libre avec une vitesse initiale horizontale de norme v_i . En appliquant le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel terrestre supposé galiléen, on obtient la trajectoire suivante pour le trou i :

$$z_i = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x_i - x_{0i}}{v_i} \right)^2 + h_i.$$

On en déduit l'expression de la portée correspondant à la position atteinte $\ell_i = x_i - x_{0i}$ par le système lorsque $z_i = 0$:

$$\ell_i = \sqrt{\frac{2h_i}{g}} v_i.$$

En utilisant l'expression de la vitesse obtenue précédemment, on obtient :

$$\ell_i = \sqrt{4h_i(H - h_i)}.$$

4. COMPARAISON DES RÉSULTATS AVEC LA MODÉLISATION

4.1. Portée du jet

Commençons par comparer la portée du jet expérimental et le résultat théorique.

Les mesures effectuées et les valeurs prévues par notre modèle sont résumées dans le tableau 3. Les valeurs obtenues pour notre modèle sont présentées avec une incertitude type calculée à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo⁽⁶⁾.

Numéro du trou i	Hauteur h_i (cm)	Portée expérimentale ℓ_i (cm)	Portée théorique ℓ_i (cm)	Écart normalisé
1	$2,0 \pm 0,2$	$13,0 \pm 0,9$	$13,0 \pm 0,6$	0,5
2	$3,0 \pm 0,2$	$15,0 \pm 0,9$	$15,6 \pm 0,5$	0,6
3	$4,8 \pm 0,2$	$19,0 \pm 0,9$	$18,8 \pm 0,3$	0,2
4	$6,6 \pm 0,2$	$20,0 \pm 0,9$	$20,9 \pm 0,3$	0,9
5	$8,5 \pm 0,2$	$20,5 \pm 0,9$	$22,6 \pm 0,2$	2,3
6	$10,3 \pm 0,2$	$21,0 \pm 0,9$	$23,0 \pm 0,2$	2,2
7	$12,0 \pm 0,2$	$21,0 \pm 0,9$	$23,2 \pm 0,2$	2,3
8	$13,9 \pm 0,2$	$21,0 \pm 0,9$	$22,7 \pm 0,3$	1,8
9	$16,7 \pm 0,2$	$17,5 \pm 0,9$	$20,8 \pm 0,4$	3,4
10	$19,3 \pm 0,2$	$14,5 \pm 0,9$	$17,4 \pm 0,6$	2,7
11	$21,2 \pm 0,2$	$11,0 \pm 0,9$	$13,0 \pm 0,9$	1,6

Tableau 3 - Comparaison des portées en fonction du niveau du trou (les incertitudes sont ici les incertitudes-types).

On observe que les mesures expérimentales et les valeurs théoriques sont du même ordre de grandeur mais les écarts-types normalisés sont relativement élevés. Différents éléments permettant de critiquer notre modèle et permettent d'expliquer cet écart. Par exemple, la valeur expérimentale est systématiquement inférieure à celle prévue par la théorie. Ceci peut s'expliquer par le fait d'avoir négligé la présence de pertes de charge. Nous reviendrons sur ces aspects dans la partie dédiée à la critique du modèle.

4.2. Évolution de la portée en fonction de la hauteur du trou

On étudie ensuite l'évolution de la portée ℓ en fonction de la hauteur du trou h . D'après notre calcul théorique, on peut montrer que :

$$\ell = \sqrt{4h(H - h)} .$$

On trace alors cette évolution sur la figure 7 (cf. page ci-contre). La tendance des mesures expérimentales suit globalement la courbe théorique, mais avec un décalage systématique vers le bas : la portée mesurée reste légèrement inférieure à celle prédite par le modèle. Cette observation s'explique par l'hypothèse consistant à négliger les

(6) Le code Python utilisé est disponible en complément de l'article sur le site de l'UdPPC.

frottements visqueux présents dans l'écoulement. En effet, ces frottements dissipent une partie de l'énergie cinétique du fluide avant sa sortie par l'orifice, ce qui réduit mécaniquement la portée du jet d'eau.

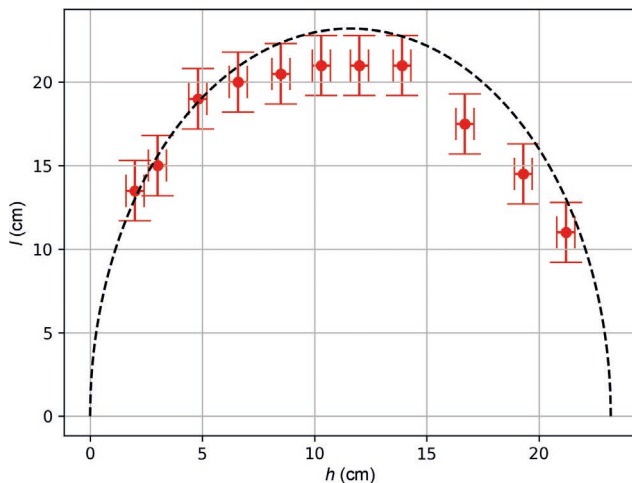


Figure 7 - Évolution de la portée en fonction de la hauteur de trou (barres d'erreur correspondant à des incertitudes élargies à 95 %).

4.3. Trajectoire du jet

D'après notre modélisation, la trajectoire du jet doit être parabolique. Ainsi, on modélise la trajectoire de chacun des jets d'eau obtenus par un polynôme d'ordre 2 sous Python et on exploite les coefficients de régression linéaire obtenus :

$$z_i = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i.$$

Ces ajustements numériques sont réalisés à l'aide de la fonction `numpy.polynomial.polynomial.polyfit` sous Python (cf. figure 8, page ci-après). L'ajustement numérique est relancé plusieurs fois afin d'obtenir une incertitude sur les coefficients par la méthode de Monte-Carlo. On obtient alors les résultats suivants résumés sur le tableau 4 (cf. page ci-après) ainsi que le tracé de ces ajustements numériques sur la figure 9 (cf. pages ci-après).

On remarque que l'ajustement numérique est parfaitement adapté avec des résidus normalisés inférieurs à un, comme on peut le constater sur la figure 8 (cf. page ci-après). Il reste à exploiter les coefficients de régression obtenus. Pour cela, revenons à l'équation de la trajectoire :

$$z_i = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x_i - x_{0i}}{v_i} \right)^2 + h_i = -\frac{1}{4(H-h_i)} x_i^2 + \frac{1}{2(H-h_i)} x_{0i} x_i + h_i - \frac{x_{0i}^2}{4(H-h_i)}.$$

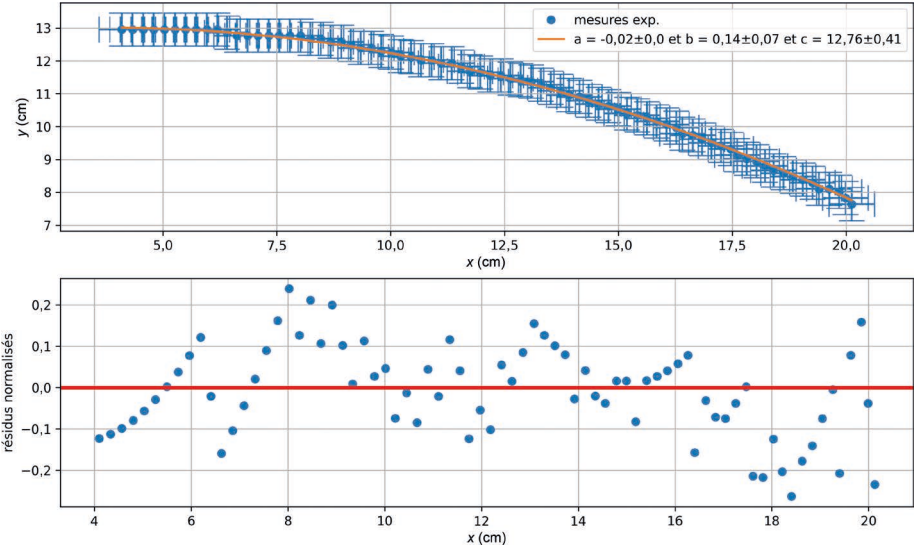


Figure 8 - Ajustement numérique sur le trou numéro 4 avec résidus normalisés.
(barres d'erreurs correspondant à l'incertitude type).

Numéro du trou i	a_i (cm^{-1})	b_i	c_i (cm)
1	$-0,04 \pm 0,02$	$-0,1 \pm 0,2$	$2,0 \pm 0,3$
2	$-0,014 \pm 0,004$	$-0,01 \pm 0,06$	$2,6 \pm 0,2$
3	$-0,014 \pm 0,002$	$-0,03 \pm 0,04$	$4,5 \pm 0,2$
4	$-0,017 \pm 0,003$	$-0,01 \pm 0,05$	$6,6 \pm 0,2$
5	$-0,020 \pm 0,002$	$-0,03 \pm 0,04$	$8,4 \pm 0,2$
6	$-0,022 \pm 0,002$	$-0,06 \pm 0,04$	$9,9 \pm 0,2$
7	$-0,027 \pm 0,002$	$-0,09 \pm 0,04$	$11,9 \pm 0,2$
8	$-0,032 \pm 0,003$	$-0,06 \pm 0,05$	$13,6 \pm 0,2$
9	$-0,046 \pm 0,004$	$-0,36 \pm 0,07$	$16,5 \pm 0,2$
10	$-0,08 \pm 0,01$	$-0,7 \pm 0,2$	$19,2 \pm 0,3$
11	$-0,18 \pm 0,02$	$-0,5 \pm 0,2$	$21,3 \pm 0,4$

Tableau 4 - Coefficients de l'ajustement numérique
pour les différentes trajectoires.

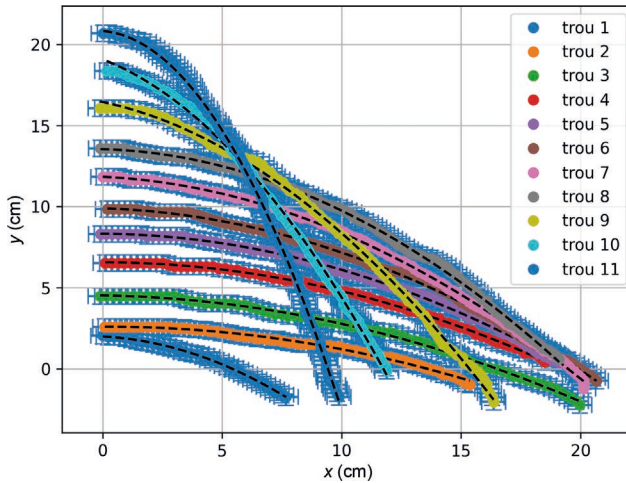


Figure 9 - Ajustement numérique sur les différentes trajectoires issues des trous de la bouteille.

avec $v_i = \sqrt{2g(H - h_i)}$. Ainsi, par identification, on obtient :

$$a_i = -\frac{1}{4(H - h_i)} \quad ; \quad b_i = \frac{1}{2(H - h_i)} x_{0i} \quad ; \quad c_i = h_i - \frac{x_{0i}^2}{4(H - h_i)}.$$

On peut alors comparer les résultats de l'ajustement numérique à ceux attendus selon notre modélisation. Ces résultats sont résumés dans le tableau 5 (cf. page ci-après).

On remarque alors un excellent accord entre les données issues de l'extraction des images (avec un ajustement numérique) et les coefficients prévus par notre modélisation. En effet, les écarts normalisés sont très majoritairement inférieurs à deux sauf pour le coefficient b associé au neuvième trou. Pour comprendre cet écart important, il nous faut remettre en question certaines hypothèses du modèle.

4.4. Critiques du modèle

La première limite, sans doute la plus évidente, concerne l'hypothèse d'un écoulement parfait négligeant les pertes de charge. En effet, le théorème de Bernoulli suppose l'absence d'effets visqueux, hypothèse acceptable lorsque le nombre de Reynolds Re est grand ($Re \gg 1$) [10]. Dans le corps de la bouteille, ce nombre s'écrit :

$$Re = \frac{\rho UD}{\eta},$$

avec ρ la masse volumique du fluide (ici l'eau), η la viscosité du fluide, D une distance caractéristique de l'écoulement (ici le diamètre de la bouteille) et U une vitesse typique

Numéro du trou i	a_i numérique (cm^{-1})	b_i numérique	c_i numérique (cm)	a_i modèle (cm^{-1})	b_i modèle	c_i modèle (cm)	Écart normalisé* sur a_i	Écart normalisé sur b_i	Écart normalisé sur c_i
1	$-0,04 \pm 0,02$	$-0,1 \pm 0,2$	$2,0 \pm 0,3$	$-0,0118 \pm 0,0002$	$0,00 \pm 0,02$	$2,0 \pm 0,2$	1,4	0,5	0
2	$-0,014 \pm 0,004$	$-0,01 \pm 0,06$	$2,6 \pm 0,2$	$-0,0124 \pm 0,0002$	$0,00 \pm 0,02$	$3,0 \pm 0,2$	0,4	0,2	1,4
3	$-0,014 \pm 0,002$	$-0,03 \pm 0,04$	$4,5 \pm 0,2$	$-0,0136 \pm 0,0003$	$0,00 \pm 0,02$	$4,8 \pm 0,2$	0,2	0,7	1,1
4	$-0,017 \pm 0,003$	$-0,01 \pm 0,05$	$6,6 \pm 0,2$	$-0,0151 \pm 0,0003$	$0,00 \pm 0,02$	$6,6 \pm 0,2$	0,6	0,2	0
5	$-0,020 \pm 0,002$	$-0,03 \pm 0,04$	$8,4 \pm 0,2$	$-0,0170 \pm 0,0004$	$0,00 \pm 0,02$	$8,5 \pm 0,2$	1,5	0,7	0,4
6	$-0,022 \pm 0,002$	$-0,06 \pm 0,04$	$9,9 \pm 0,2$	$-0,0194 \pm 0,0005$	$0,00 \pm 0,02$	$10,3 \pm 0,2$	1,3	1,3	1,4
7	$-0,027 \pm 0,002$	$-0,09 \pm 0,04$	$11,9 \pm 0,2$	$-0,0223 \pm 0,0006$	$0,00 \pm 0,03$	$12,0 \pm 0,2$	2,3	1,8	0,4
8	$-0,032 \pm 0,003$	$-0,06 \pm 0,05$	$13,6 \pm 0,2$	$-0,0269 \pm 0,0009$	$0,00 \pm 0,03$	$13,9 \pm 0,2$	1,6	1,2	1,1
9	$-0,046 \pm 0,004$	$-0,36 \pm 0,07$	$16,5 \pm 0,2$	$-0,039 \pm 0,002$	$0,00 \pm 0,04$	$16,7 \pm 0,2$	1,6	4,5	0,7
10	$-0,08 \pm 0,01$	$-0,7 \pm 0,2$	$19,2 \pm 0,3$	$-0,064 \pm 0,005$	$0,00 \pm 0,07$	$19,3 \pm 0,2$	1,4	0,3	0,3
11	$-0,18 \pm 0,02$	$-0,5 \pm 0,2$	$21,3 \pm 0,4$	$-0,13 \pm 0,02$	$0,0 \pm 0,2$	$21,2 \pm 0,2$	1,8	0,2	0,2

* On rappelle l'expression de l'écart normalisé E pour une grandeur X mesurée par deux méthodes différentes : $E = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}}$ avec $u(x_i)$ l'incertitude-type sur la première mesure de X et x_1 le résultat du mesurage de la grandeur X par la première méthode.

Tableau 5 - Comparaison des coefficients des trajectoires.

de l'écoulement (environ $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour la vitesse en sortie au centre de la bouteille et de l'ordre de $1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ pour la vitesse de l'eau au niveau de la surface libre). On obtient alors une estimation du nombre de Reynolds comprise entre $Re \sim 10^2$ et 10^5 . Dans ces conditions, l'hypothèse d'un écoulement parfait dans la bouteille reste raisonnable.

Toutefois, cette estimation change lorsqu'on considère les orifices percés dans la paroi (réalisés avec une mèche de 5 mm, puis ébavurés au papier de verre à grain fin). En prenant cette fois la dimension d des orifices comme longueur caractéristique, on obtient une plage beaucoup plus basse, de l'ordre de $Re \sim 1 - 10^3$. Dans cette configuration, le nombre de Reynolds n'est plus toujours très supérieur à l'unité, et les phénomènes visqueux ne peuvent plus être négligés systématiquement.

Les frottements visqueux au voisinage des orifices dissipent alors une fraction de l'énergie cinétique du fluide, réduisant la vitesse d'éjection et, par conséquent, la portée du jet d'eau. Cet effet explique pourquoi les portées mesurées sont systématiquement légèrement inférieures aux valeurs prédites par le modèle, comme l'illustre la [figure 7](#) (cf. page précédente).

Afin de quantifier cette influence, des essais préliminaires ont été réalisés avec différentes tailles de mèches. Il apparaît que la portée diminue lorsque le diamètre du trou est inférieur à 5 mm (mèches de 3 et 4 mm), mais que l'effet devient négligeable au-delà (mèche de 6 mm donnant des résultats similaires à celle de 5 mm).

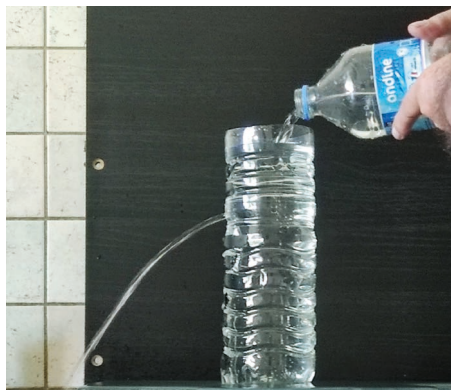
Un second phénomène intervient pour les faibles vitesses : la tension superficielle. Pour les hauteurs d'eau les plus faibles (correspondant notamment au onzième trou), la vitesse du jet est réduite, et la tension superficielle tend à faire couler l'eau le long de la paroi plutôt qu'à former un jet libre. Comme on peut l'observer sur la figure 10 (cf. page ci-après), ce phénomène provoque un retour du jet vers la paroi et réduit ainsi la portée mesurée.

Enfin, une troisième hypothèse importante du modèle est l'orientation du jet en sortie d'orifice. Par simplification, nous avons supposé que le jet sortait parfaitement horizontal, ce qui n'est pas toujours vérifié expérimentalement. L'observation de la figure 10 (neuvième trou) montre clairement un jet incliné vers le bas, ce qui réduit mécaniquement la portée par rapport à la prédiction théorique. Une piste d'amélioration consisterait à guider le jet en sortie à l'aide d'un petit tube (par exemple une paille) fixé hermétiquement à l'orifice, afin de mieux contrôler la direction. Toutefois, cette modification alourdirait le protocole – qui se veut simple et réalisable à domicile – et risquerait d'accentuer les pertes de charge.

CONCLUSION

L'expérience proposée, consistant à mesurer la portée et la trajectoire d'un jet

A



B



Figure 10 - Mise en avant des limites du modèle. **A** Une photo de l'expérience avec le trou 9 où le jet n'est pas totalement horizontal en sortie de l'orifice et **B** une mise en avant de l'effet de tension superficielle pouvant apparaître avec le trou 11 et une faible vitesse de jet en sortie).

d'eau s'échappant d'une bouteille percée latéralement, a permis de vérifier expérimentalement la tendance attendue de la portée en fonction de la hauteur du trou. Les valeurs obtenues sont cohérentes avec l'ordre de grandeur prédit par la théorie, et l'analyse numérique de la trajectoire du jet a permis d'extraire des coefficients polynomiaux en bon accord avec la modélisation retenue.

Quelques écarts systématiques avec les prévisions théoriques ont toutefois été observés, en particulier des portées légèrement plus faibles. Ceux-ci s'expliquent par la négligence des pertes de charge et par l'hypothèse simplificatrice d'un jet parfaitement horizontal. Bien que le dispositif puisse être affiné pour réduire ces écarts, cela irait à l'encontre de l'objectif initial : proposer une expérience simple, peu coûteuse et réalisable à domicile, tout en conservant une exploitation quantitative rigoureuse pour illustrer la formule de Torricelli.

En définitive, cette activité illustre parfaitement l'intérêt pédagogique d'expériences accessibles mobilisant les principes de la mécanique des fluides. Elle offre un support concret pour faire dialoguer observation, modélisation et calcul, et montre que la rigueur scientifique peut être maintenue même dans un cadre expérimental allégé.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier l'IFC Chimie Pékin à BUCT (Beijing University of Chemical Technology) pour avoir permis la mise en œuvre de ce projet, notamment à travers la création du concours scientifique international Just Science-it. Je remercie également les partenaires industriels de ce concours, Air Liquide (China) R&D Co. et Arkema

CRDC, pour leur soutien. Enfin, mes remerciements vont à mes collègues pour leurs relectures attentives et leurs remarques constructives qui ont contribué à l'amélioration de cet article.

BIBLIOGRAPHIE ET SITOGRAPHIE

- [1] D. Obert, «Construction d'un canal à surface libre», *Bull. Un. Phys.*, vol. 86, n° 748, p. 1387-1396, novembre 1992.
- [2] X. Chavanne, «L'écoulement dans une trompe à eau vérifie-t-il l'équation de Bernoulli ?», *Bull. Un. Phys.*, vol. 96, n° 841 (2), p. 59-65, février 2002.
- [3] R. Fustier, «L'effet Venturi», *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, vol. 104, n° 925 (1), p. 683-690, juin 2010.
- [4] A. Bujard, «Régimes d'écoulement des fluides incompressibles», *Bull. Un. Phys.*, vol. 89, n° 775 (1), p. 1099-1106, juin 1995.
- [5] L. Dettwiller, «Bilans énergétiques en mécanique des fluides parfaits (III)», *Bull. Un. Phys.*, vol. 89, n° 775 (2), p. 103-115, juin 1995.
- [6] Université de Lille, «Le tonneau percé» :
<https://pod.univ-lille.fr/video/1264-le-tonneau-perce>
 page consultée le 17 août 2026.
- [7] Fondation Unit, «Hydraulique pour le génie des procédés, applications de l'équation de Bernoulli» :
https://sites.cnam.fr/industries-de-procedes/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/co/3grain_applicationsBernoulli.html
 page consultée le 17 août 2026.
- [8] F.-X. Bally et J.-M. Berroir, «Incertitudes expérimentales», *Bull. Un. Phys.*, vol. 104, n° 928, p. 995-1019, novembre 2010.
- [9] D. Boilley et Y. Lallouet, «Introduction aux incertitudes de mesure», *Bull. Un. Phys.*, vol. 107, n° 955-956, p. 681-695, juin-juillet-août-septembre 2013.
- [10] M.-N. Sanz, B. Salamito et D. Moulin, *Physique PC/PC* Tout-en-un*, Paris : Dunod, 6^e édition, 2022.

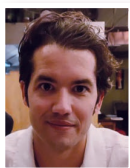
Compléments de l'article

Cet article comporte des compléments nommés :

- ◆ *Analyse_Bup.py* ;
- ◆ *Results1.txt* ;
- ◆ *Results2.txt* ;

- ◆ *Results3.txt* ;
- ◆ *Results4.txt* ;
- ◆ *Results5.txt* ;
- ◆ *Results6.txt* ;
- ◆ *Results7.txt* ;
- ◆ *Results8.txt* ;
- ◆ *Results9.txt* ;
- ◆ *Results10.txt* ;
- ◆ *Results11.txt* ;

l'ensemble est disponible sur le site de l'UdPPC sous la forme d'un fichier zippé 10870789.



Juan MAGNIEZ

Professeur agrégé

Lycée Leconte de Lisle

Saint-Denis (La Réunion)